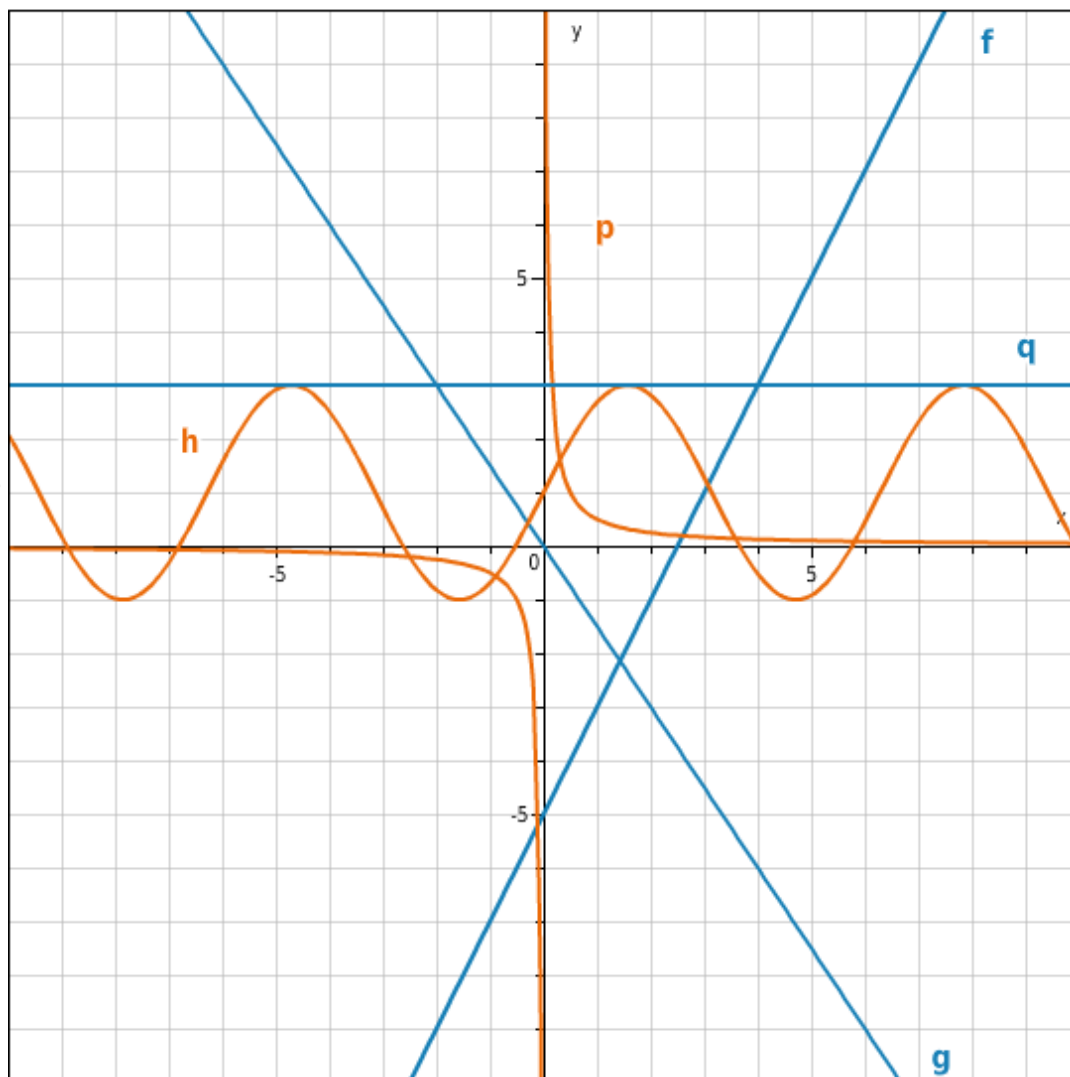


De grafiek van een lineair verband

De kenmerken van een lineair verband zijn:

- de grafiek van een lineair verband is een rechte lijn
- de formule van een lineair verband heeft de vorm $y = ax + b$

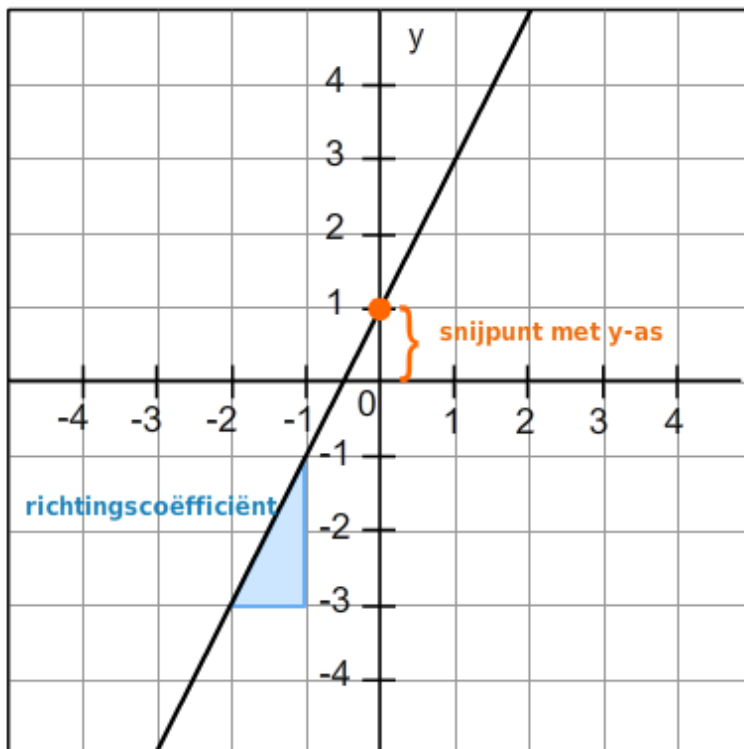
In het assenstelsel hieronder geven de blauwe grafieken een **lineair verband** aan.
De oranje grafieken geven **geen lineair verband** aan.



De formule van een lineair verband bepalen

De formule van een **lineair verband** heeft de vorm $y = a x + b$

Hierin is **a** de **richtingscoëfficiënt** (of het hellingsgetal) en **b** het **snijpunt met de y-as**.



In de lineaire grafiek hierboven is het **snijpunt met de y-as = 1**.

De **richtingscoëfficiënt** bepalen we met de blauwe driehoek zoals in het assenstelsel te zien is:

$$a = \frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{2}{1} = 2$$



Een lineaire grafiek met een richtingscoëfficiënt > 0 is een stijgende lijn.

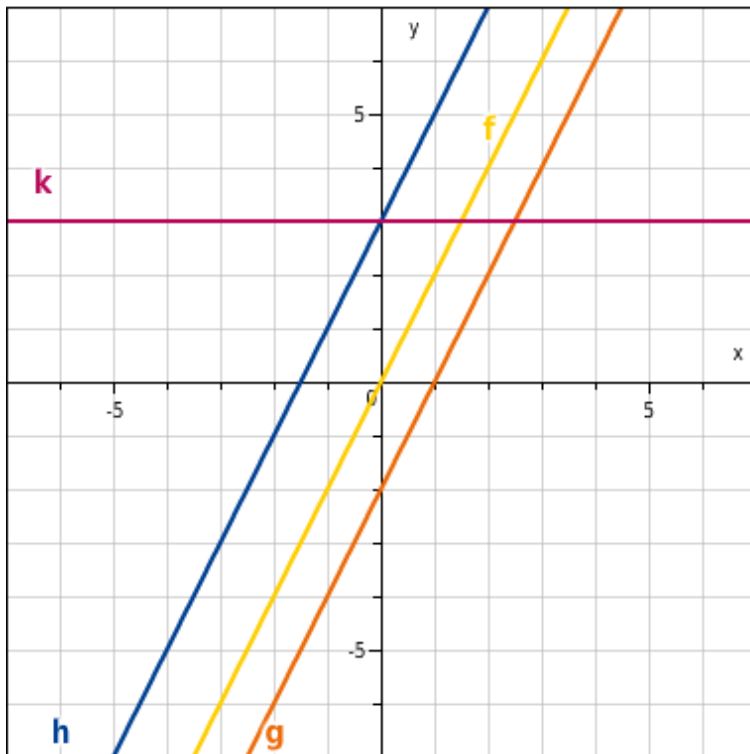
Een lineaire grafiek met een richtingscoëfficiënt < 0 is een dalende lijn.

Bij deze grafiek hoort dus de lineaire formule $y = 2x + 1$

----- Voorbeeld -----

Welke formules horen bij onderstaande grafieken:

De formule van een lineair verband bepalen



Oplossing:

h) $y = 2x + 3$

g) $y = 2x - 2$

k) $y = 3$

Uitleg:

Grafiek h:De grafiek de y-as snijdt bij $y = 3$.De **richtingscoëfficiënt** is $\frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{2}{1} = 2$ Grafiek h heeft dus als formule: $y = 2x + 3$.**Grafiek g :**De grafiek de y-as snijdt bij $y = -2$.De **richtingscoëfficiënt** is $\frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{2}{1} = 2$ Grafiek h heeft dus als formule: $y = 2x - 2$.

De formule van een lineair verband bepalen

Grafiek k :

De grafiek de y-as snijdt bij $y = 3$.

De **richtingscoëfficiënt** is $\frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{0}{1} = 0$

Grafiek k heeft dus als formule: $y = 0x + 3 = 3$

We schrijven dit als: $y = 3$ (De grafiek loopt horizontaal)

Toepassingen van lineaire verbanden

De kenmerken van een lineair verband zijn:

- de grafiek van een lineair verband is een rechte lijn
- de formule van een lineair verband heeft de vorm $y = ax + b$

De formule die hoort bij een lineair verband noemen we een **lineaire formule**.

----- Voorbeeld 1 -----

Lisa heeft €23 in haar spaarvarken en begint €3 per week te sparen. Ze wil een formule opstellen om te berekenen hoeveel euro ze heeft na x weken.

Hoe ziet deze formule eruit?

Oplossing

$$y = 3x + 23$$

Uitleg:

Stap 1: Begin bij de standaardvorm van een lineaire formule, en beschrijf wat x en y zijn.

$$y = ax + b$$

x is de tijd in weken en y is het bedrag in euro's.

a is de richtingscoëfficiënt en b is het startgetal.

Stap 2: Vind a en b en vul ze in in de formule.

Voordat ze begint met sparen heeft Lisa €23. Dus het startgetal is $a = 23$.

Elke week spaart Lisa €3. Dus de richtingscoëfficiënt is $b = 3$.

De formule wordt: $y = 3x + 23$

----- Voorbeeld 2 -----

Jan reist vaak met de trein. Als hij betaalt met de OV-chipkaart, betaalt hij een instaptarief van €0,70. Daarna betaalt hij voor elke kilometer €0,20.

Stel een lineaire formule op die het verband tussen de afstand en de ritprijs beschrijft.

Oplossing

$$y = 0,2x + 0,7$$

Uitleg:

Stap 1: Begin bij de standaardvorm van een lineaire formule, en beschrijf wat x en y zijn.

$$y = ax + b$$

x is de afstand in kilometers en y is het bedrag in euro's.

a is de richtingscoëfficiënt en b is het startgetal.

Stap 2: Vind a en b en vul ze in in de formule.

Voordat je begint met reizen betaal je €0,70. Dus het startgetal is $a = 0,7$.
Elke kilometer kost €0,20. Dus de richtingscoëfficiënt is $b = 0,2$.

De formule wordt: $y = 0,2x + 0,7$

Tekenen een lineaire grafiek door twee punten

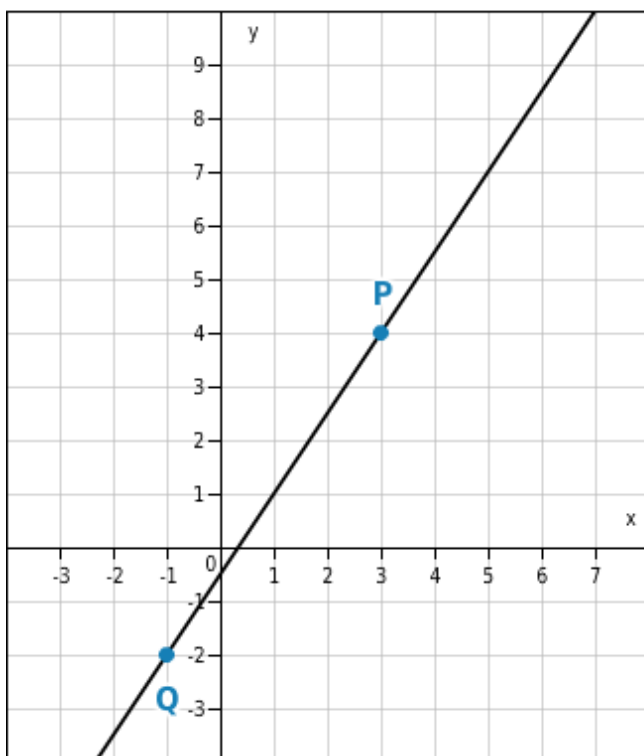
De grafiek van een lineair verband is een rechte lijn.

De grafiek kunnen we tekenen door een rechte lijn te trekken door twee punten.

----- Voorbeeld -----

Teken de grafiek van een lineair verband door de punten $P(3; 4)$ en $Q(-1; -2)$.

Oplossing:



Uitleg:

Stap 1: Teken de punten P en Q in het assenstelsel.

Stap 2: Trek een rechte lijn door de punten P en Q.

Teken een lineaire grafiek door één punt met de richtingscoëfficiënt

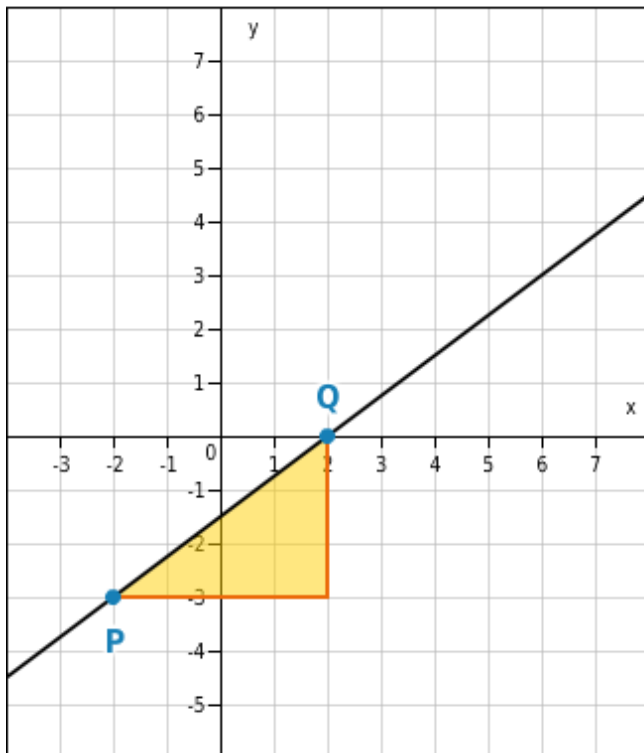
De grafiek van een lineair verband is een rechte lijn.

De grafiek kunnen we tekenen met één punt en de richtingscoëfficiënt.

----- Voorbeeld 1 -----

Teken de grafiek van een lineair verband door het punt $P(-2; -3)$ met richtingscoëfficiënt $a = \frac{3}{4}$.

Oplossing:



Uitleg:

Stap 1: Teken punt P in het assenstelsel.

Stap 2: Teken een tweede punt Q met behulp van de richtingscoëfficiënt.

Er geldt: $a = \frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}}$ voor de grafiek geldt: $a = \frac{3}{4}$.

Om vanaf punt P bij punt Q te komen moeten we **4** hokjes naar rechts en **3** hokjes naar boven.

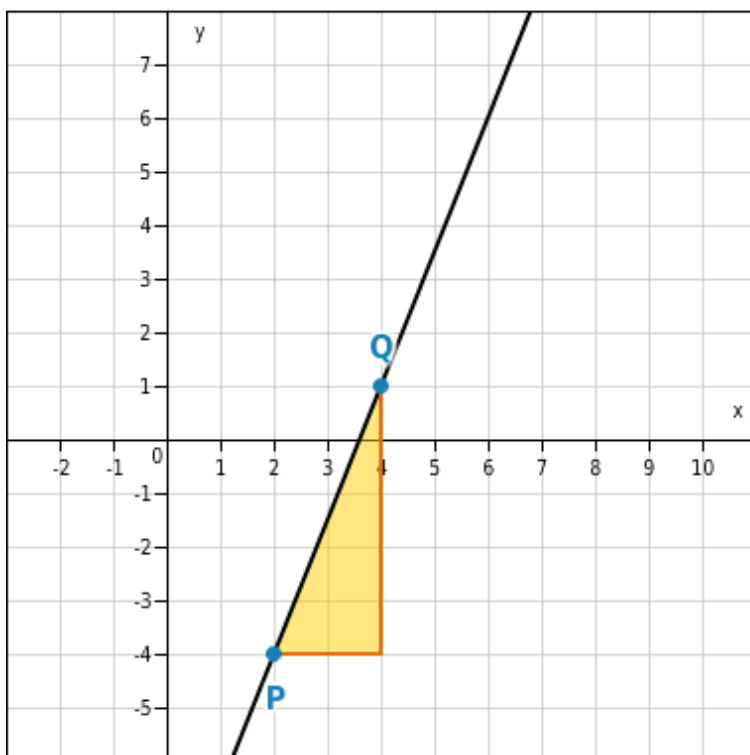
Stap 3: Trek een rechte lijn door de punten P en Q.

Tekenen een lineaire grafiek door één punt met de richtingscoëfficiënt

----- Voorbeeld 2 -----

Tekenen een rechte lijn door punt $P(2; -4)$ met richtingscoëfficiënt $a = 2,5$

Oplossing



Uitleg:

Stap 1: Teken punt P in het [assenstelsel](#).**Stap 2:** Teken een tweede punt Q met behulp van de [richtingscoëfficiënt](#).Er geldt: $a = \frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}}$ voor de grafiek geldt: $a = 2,5$.

Schrijf de richtingscoëfficiënt als breuk:

$$2,5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

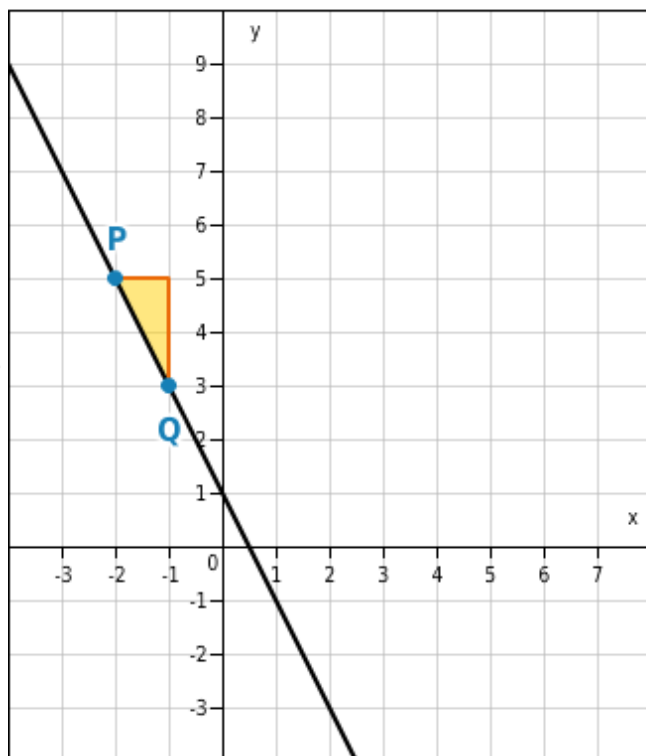
Om vanaf punt P bij punt Q te komen moeten we **2** hokjes naar rechts en **5** hokjes naar boven.**Stap 3:** Trek een rechte lijn door de punten P en Q.

Tekenen een lineaire grafiek door één punt met de richtingscoëfficiënt

----- Voorbeeld 3 -----

Tekenen de grafiek van een lineair verband door het punt $P(-2; 5)$ met richtingscoëfficiënt $a = -2$.

Oplossing



Uitleg:

Stap 1: Teken punt P in het [assenstelsel](#).**Stap 2:** Teken een tweede punt Q met behulp van de [richtingscoëfficiënt](#).Er geldt: $a = \frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}}$ voor de grafiek geldt: $a = -2$.

Schrijf de richtingscoëfficiënt als breuk:

$$-2 = -\frac{2}{1}$$

Om vanaf punt P bij punt Q te komen moeten we **1** hokjes naar rechts en **2** hokjes naar beneden.**Stap 3:** Trek een rechte lijn door de punten P en Q.

Tekenen een lineaire grafiek bij de formule

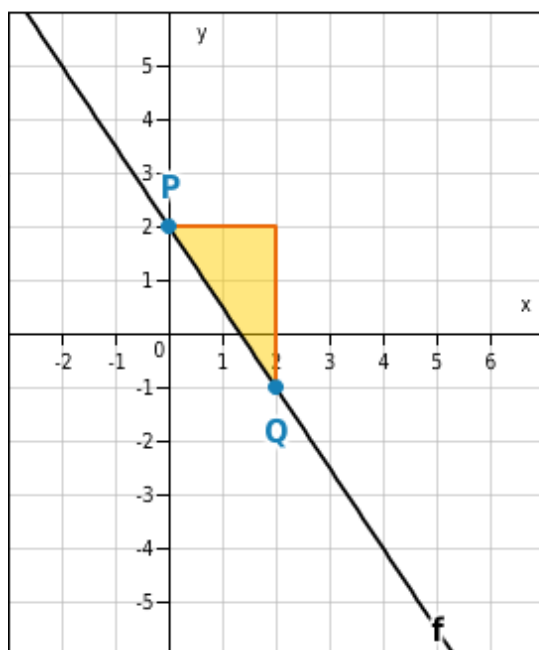
De grafiek van een lineair verband is een rechte lijn.

De grafiek kunnen we tekenen door het gebruiken van de formule.

----- Voorbeeld 1 -----

Teken de grafiek van een lineair verband met als formule: $y = -1,5x + 2$

Oplossing:



Uitleg:

Stap 1: Bepaal de richtingscoëfficiënt en schrijf als breuk.

De richtingscoëfficiënt is $-1,5$ en kan genoteerd worden als een breuk:

$$-1,5 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

Stap 2: Bepaal het snijpunt van de grafiek met de y-as.

Het snijpunt met de y-as op $(0; 2)$ en noemen we punt P.

Stap 3: Gebruik punt P en de richtingscoëfficiënt om de grafiek te tekenen.

Teken een lineaire grafiek bij de formule

Er geldt: $a = \frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}}$ voor de grafiek geldt: $a = -\frac{3}{2}$

Om vanaf punt P bij punt Q te komen moeten we 2 hokjes naar rechts en 3 hokjes naar beneden.

Stap 4: Trek een lijn door de punten P en Q.

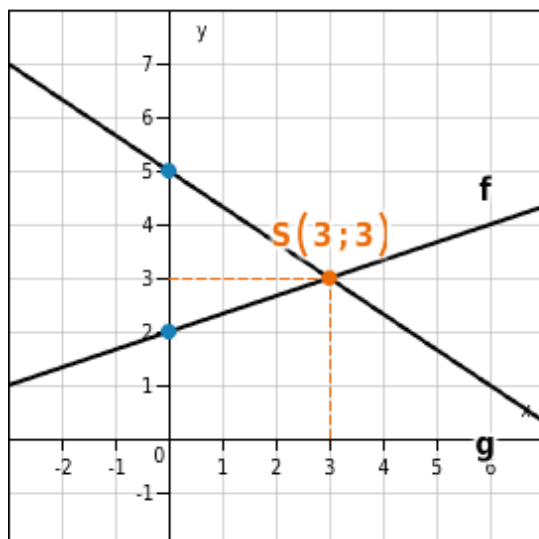
----- Voorbeeld 2 -----

Teken de grafieken van de onderstaande lineaire formules en vind hun snijpunt:

$$f: y = \frac{1}{3}x + 2$$

$$g: y = -\frac{2}{3}x + 5$$

Oplossing:



Uitleg:

Stap 1: Gebruik de snijpunten met de y-as en de richtingscoëfficiënten om de grafieken te tekenen.

Het snijpunt met de y-as en de richtingscoëfficiënt van grafiek f:

$$a = \frac{1}{3} \text{ en } b = 2$$

Tekenen een lineaire grafiek bij de formule

Het snijpunt met de y -as en de richtingscoëfficiënt van grafiek g :

$$a = -\frac{2}{3} \text{ en } b = 5$$

Stap 2: Lees het snijpunt van de grafieken af in het assenstelsel.

Het snijpunt van de grafieken f en g is bij punt $S(3; 3)$.

Eigenschappen van een lineaire grafiek

De helling van de grafiek van een lineair verband wordt bepaald door de richtingscoëfficiënt a .

Voor a geldt:

- De formule van een lineair verband heeft de vorm $y = ax + b$.
- Bij een positieve a stijgt de lijn van links naar rechts.
- Bij een negatieve a daalt de lijn van links naar rechts.
- Hoe verder a van nul af ligt, hoe steiler de grafiek is.

----- Voorbeeld -----

De grafieken van de onderstaande formules staan in het assenstelsel.

$$f = 0,5x + 1$$

$$g = 2x - 1$$

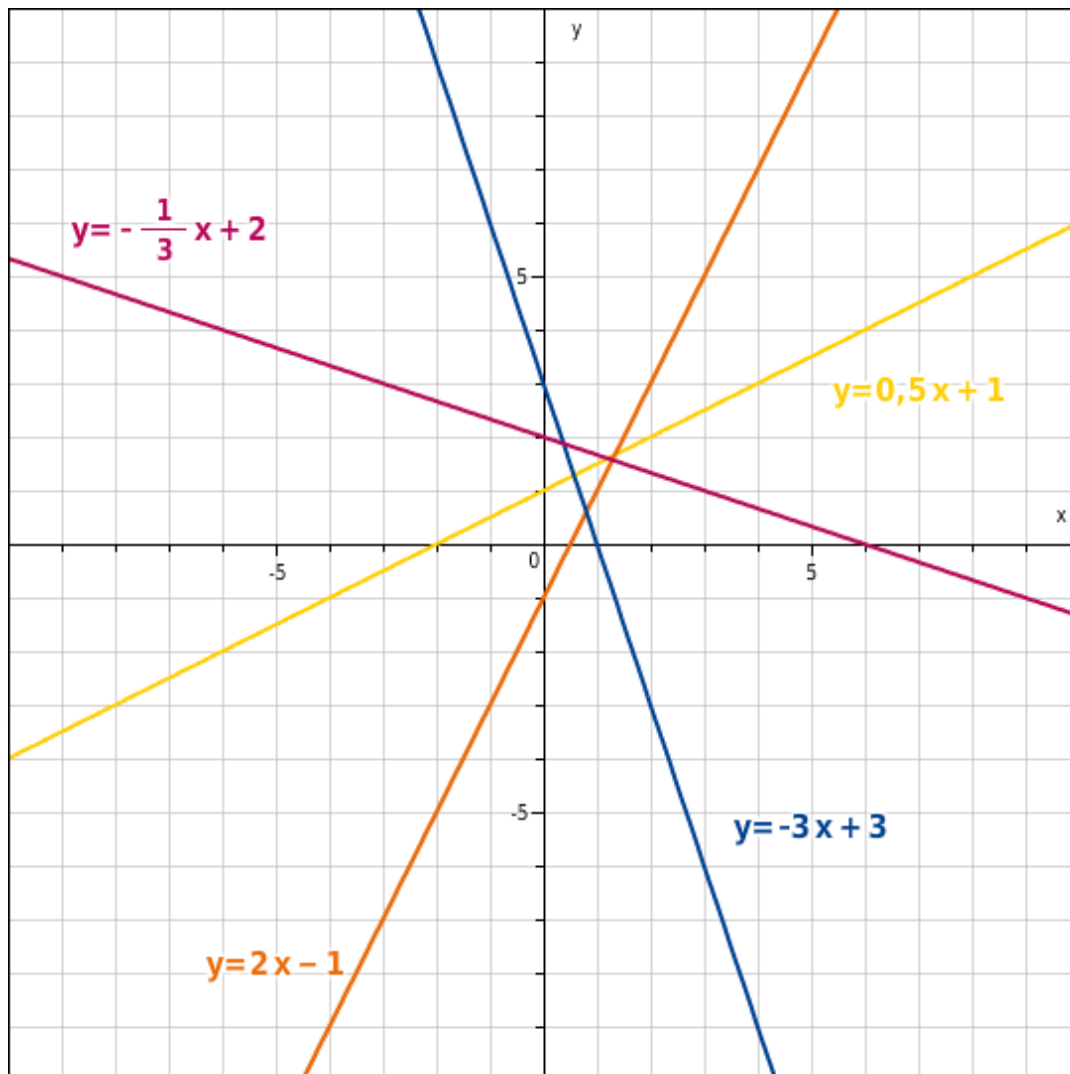
$$h = -3x + 3$$

$$p = -\frac{1}{3}x + 2$$

Noteer per formule of de grafiek stijgt of daalt. Bepaal daarna welke grafiek het sterkst stijgt en welke grafiek het sterkst daalt.

Oplissing:

Eigenschappen van een lineaire grafiek



De grafieken **g** en **f** stijgen. Grafiek **g** stijgt sterker dan grafiek **f**.

De grafieken **h** en **p** dalen. Grafiek **h** daalt sterker dan grafiek **p**.

Uitleg:

Grafiek **f** hoort bij de formule **$y = 0,5x + 1$**

De richtingscoëfficiënt $a > 0$. De grafiek stijgt dus van links naar rechts.

Grafiek **g** hoort bij de formule **$y = 2x - 1$**

De richtingscoëfficiënt $a > 0$. De grafiek stijgt dus van links naar rechts.

Grafiek **g** heeft een grotere waarde van a dan grafiek **f**. Dit betekent dat grafiek **g** sterker stijgt dan de grafiek van **f**.

Grafiek **h** hoort bij de formule **$y = -3x + 3$**

Eigenschappen van een lineaire grafiek

De richtingscoëfficiënt $a < 0$. De grafiek daalt dus grafiek van links naar rechts.

Grafiek **p** hoort bij de formule $y = -\frac{1}{3}x + 2$

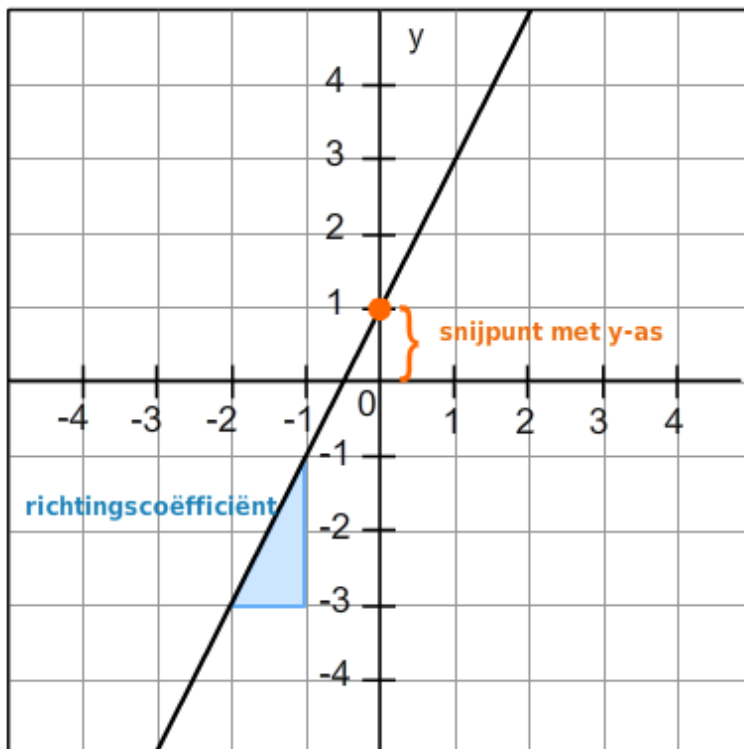
De richtingscoëfficiënt $a < 0$. De grafiek daalt dus grafiek van links naar rechts.

Grafiek **h** heeft een grotere waarde van a dan grafiek **p**. Dit betekent dat de grafiek van **h** sterker daalt dan de grafiek van **p**.

De formule van een lineair verband bepalen

De formule van een **lineair verband** heeft de vorm $y = a x + b$

Hierin is **a** de **richtingscoëfficiënt** (of het hellingsgetal) en **b** het **snijpunt met de y-as**.



In de lineaire grafiek hierboven is het **snijpunt met de y-as = 1**.

De **richtingscoëfficiënt** bepalen we met de blauwe driehoek zoals in het assenstelsel te zien is:

$$a = \frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{2}{1} = 2$$



Een lineaire grafiek met een richtingscoëfficiënt > 0 is een stijgende lijn.

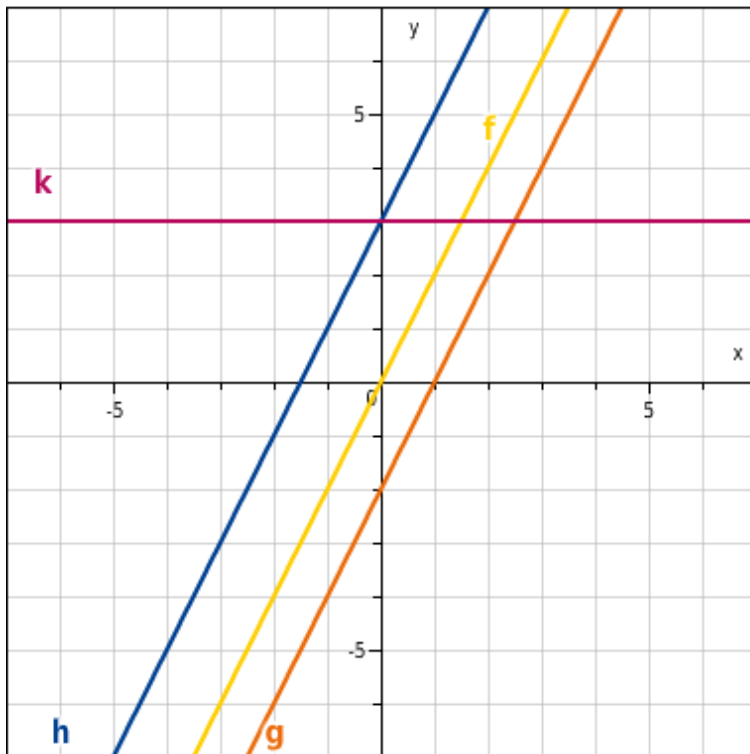
Een lineaire grafiek met een richtingscoëfficiënt < 0 is een dalende lijn.

Bij deze grafiek hoort dus de lineaire formule $y = 2x + 1$

----- Voorbeeld -----

Welke formules horen bij onderstaande grafieken:

De formule van een lineair verband bepalen



Oplossing:

h) $y = 2x + 3$

g) $y = 2x - 2$

k) $y = 3$

Uitleg:

Grafiek h:De grafiek de y-as snijdt bij $y = 3$.De **richtingscoëfficiënt** is $\frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{2}{1} = 2$ Grafiek h heeft dus als formule: $y = 2x + 3$.**Grafiek g :**De grafiek de y-as snijdt bij $y = -2$.De **richtingscoëfficiënt** is $\frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{2}{1} = 2$ Grafiek h heeft dus als formule: $y = 2x - 2$.

Grafiek k :

De grafiek de y-as snijdt bij $y = 3$.

De **richtingscoëfficiënt** is $\frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}} = \frac{0}{1} = 0$

Grafiek k heeft dus als formule: $y = 0x + 3 = 3$

We schrijven dit als: $y = 3$ (De grafiek loopt horizontaal)

Tekenen een lineaire grafiek bij de formule

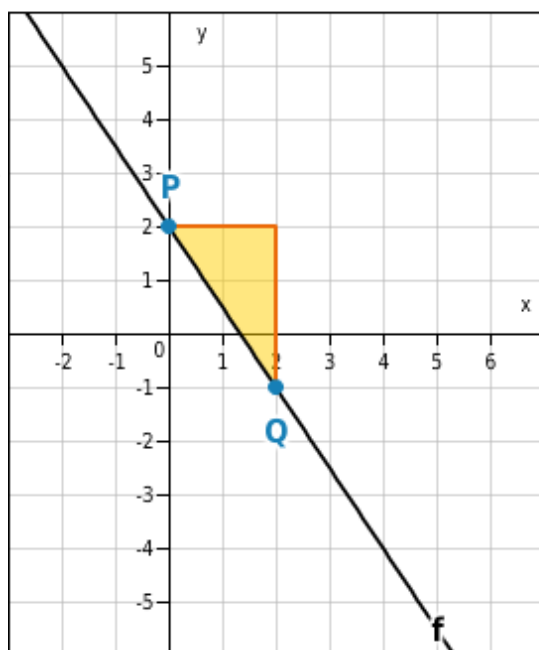
De grafiek van een lineair verband is een rechte lijn.

De grafiek kunnen we tekenen door het gebruiken van de formule.

----- Voorbeeld 1 -----

Teken de grafiek van een lineair verband met als formule: $y = -1,5x + 2$

Oplossing:



Uitleg:

Stap 1: Bepaal de richtingscoëfficiënt en schrijf als breuk.

De richtingscoëfficiënt is $-1,5$ en kan genoteerd worden als een breuk:

$$-1,5 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$

Stap 2: Bepaal het snijpunt van de grafiek met de y-as.

Het snijpunt met de y-as op $(0; 2)$ en noemen we punt P.

Stap 3: Gebruik punt P en de richtingscoëfficiënt om de grafiek te tekenen.

Teken een lineaire grafiek bij de formule

Er geldt: $a = \frac{\text{verticale stappen}}{\text{horizontale stappen}}$ voor de grafiek geldt: $a = -\frac{3}{2}$

Om vanaf punt P bij punt Q te komen moeten we 2 hokjes naar rechts en 3 hokjes naar beneden.

Stap 4: Trek een lijn door de punten P en Q.

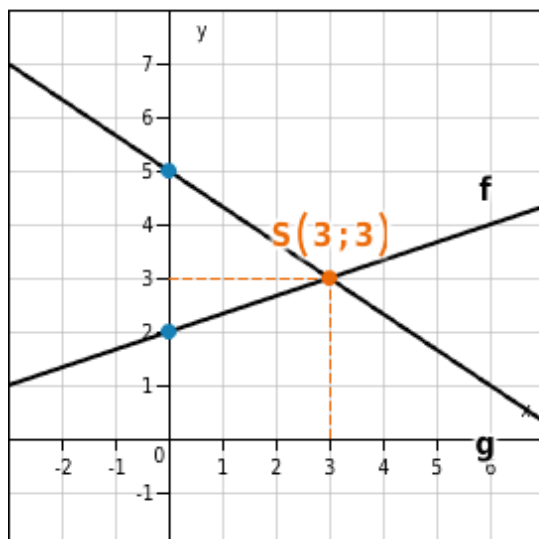
----- Voorbeeld 2 -----

Teken de grafieken van de onderstaande lineaire formules en vind hun snijpunt:

$$f: y = \frac{1}{3}x + 2$$

$$g: y = -\frac{2}{3}x + 5$$

Oplossing:



Uitleg:

Stap 1: Gebruik de snijpunten met de y-as en de richtingscoëfficiënten om de grafieken te tekenen.

Het snijpunt met de y-as en de richtingscoëfficiënt van grafiek f:

$$a = \frac{1}{3} \text{ en } b = 2$$

Tekenen een lineaire grafiek bij de formule

Het snijpunt met de y -as en de richtingscoëfficiënt van grafiek g :

$$a = -\frac{2}{3} \text{ en } b = 5$$

Stap 2: Lees het snijpunt van de grafieken af in het assenstelsel.

Het snijpunt van de grafieken f en g is bij punt $S(3; 3)$.

In het [snijpunt met de y-as](#) kun je de beginwaarde van een lineaire formule aflezen.
In het dagelijks leven komen we dat tegen als:

- een startbedrag op je spaarrekening,
- een voorsprong op de fiets,
- reiskosten die je ontvangt bij je bijbaan.

----- Voorbeeld -----

Eline heeft een baan in de garderobe van het theater.
De manager stopt €10 aan wisselgeld in de kassa. Voor iedere jas die Eline ophangt komt daar 50 cent bij.
Hoeveel geld zit er aan het einde van de avond in de kassa? Stel de bijbehorende formule op.

Oplossing

$$y = 0,5x + 10$$

Uitleg:

We hebben hier te maken met een [lineair verband](#).
Hoeveel geld er in de kassa zit hangt af van het aantal jassen dat Eline ophangt.

Het verband

Aantal jassen x → geld in de kassa

Variabele x is het aantal jassen dat Eline ophangt in de garderobe.
We kunnen het verband met een lineaire formule weergeven (50 cent = €0,5).
Het startbedrag in de kassa (€10) is het snijpunt met de y-as.

Lineaire formule

$$y = 0,5x + 10$$

Het snijpunt van twee grafieken van lineaire formules

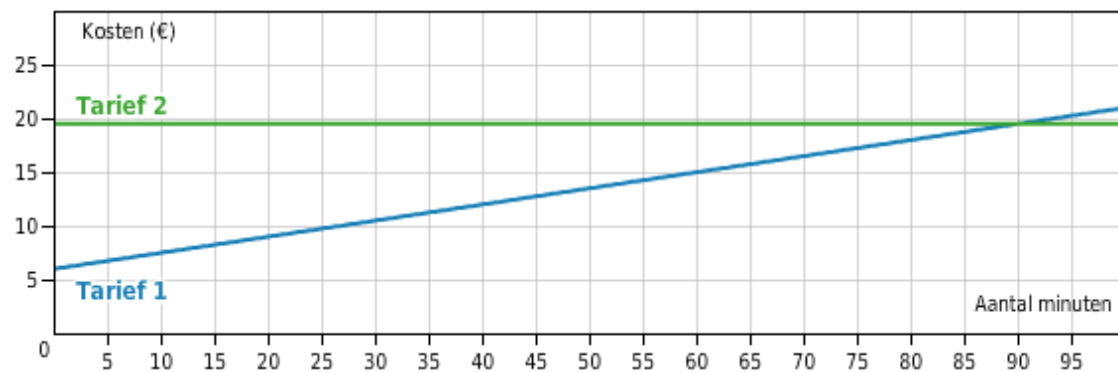
Als twee formules verschillende richtingscoëfficiënten hebben, dan snijden de grafieken van deze formules elkaar.

Vanuit het snijpunt van de grafieken kunnen we op de x-as aflezen wanneer de uitkomsten van de formules aan elkaar gelijk zijn.

Dit kan handig zijn bij het maken van keuzes.

----- Voorbeeld -----

Mary wil een mobieltje kopen. Ze vergelijkt de verschillende tarieven.



Tarief 1

Maandelijkse kosten: €6
Bellen: 15 cent per minuut

Tarief 2

Vast bedrag van €19,50

Welk tarief moet ze kiezen als ze verwacht 50 minuten per maand te bellen?

En na hoeveel belminuten wordt **tarief 2** goedkoper dan **tarief 1**?

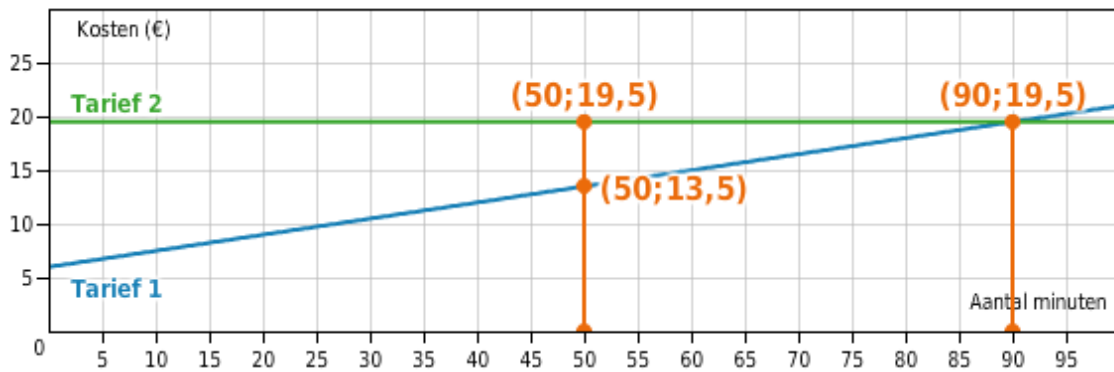
Oplossing

Als Mary verwacht dat ze 50 minuten per maand belt, moet ze **tarief 1** kiezen.

Het vast bedrag is alleen goedkoper als ze voor meer dan 90 minuten belt.

Uitleg:

Het snijpunt van twee grafieken van lineaire formules



Tarief 1 en **tarief 2** snijden elkaar op punt $(90; 19,50)$.

Voor alle aantal minuten onder de 90, blijft de grafiek van **tarief 1** onder de grafiek van **tarief 2**. Dit betekent dat Mary met **tarief 1** goedkoper uit is als ze minder dan 90 minuten belt.

Als Mary verwacht dat ze 50 minuten per maand belt, kan ze beter **tarief 1** kiezen.

Tarief 2 is alleen goedkoper als ze meer dan 90 minuten belt.